

15 b) vollständige Fkt. untersuchung

1. Fktart

2. ganzrat. Fkt. 3. Grades

3. Def. bereich $x \in \mathbb{R}$

3. Symmetrie

sowohl gerade als auch ungerade Exp.,

daher weder punktsym. zum Ursprung noch achsensym. zur y-Achse

4. Nullstellen

Nullstelle raten und Polynomdivision

$$(x^3 - 6x^2 + 9x - 4) : (x - 1) = x^2 - 5x + 4$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 6x^2 + 9x - 4 \\ - (x^3 - x^2) \\ \hline -5x^2 + 9x - 4 \\ - (-5x^2 + 5x) \\ \hline 4x - 4 \\ - (4x - 4) \\ \hline 0 \end{array}$$

$x_1 = 1$ (siehe a)
A(1|0)

p-q-Formel für Restpolynom

$$p = -5, q = 4$$

$$x_{2,3} = \frac{-5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4}$$

$$= \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{16}{4}}$$

$$= \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$= \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_3 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = \frac{2}{2} = 1 = x_1 \text{ doppelte Nullstelle}$$

5. Ableitungen

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f''(x) = 6x - 12$$

$$f'''(x) = 6$$

10 6. Extremstellen

notw. Bed. $f'(x) = 0$ 1

$$3x^2 - 12x + 9 = 0 \quad | :3 \quad 1$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

p-q-Formel $p = -4, q = 3$ 3

$$x_{1,2} = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 3}$$

$$= 2 \pm \sqrt{1}$$

$$x_1 = 2 + 1 = 3$$

$$x_2 = 2 - 1 = 1$$

} mögl. Extremst.

hinr. Bed. $f''(x) > 0 \rightarrow TP$ oder $f''(x) < 0 \rightarrow HP$

$$f''(3) = 6 \cdot 3 - 12 = 18 - 12 = 6 > 0 \rightarrow TP$$

$$f''(1) = 6 \cdot 1 - 12 = 6 - 12 = -6 < 0 \rightarrow HP$$

7. Wendestellen

notw. Bed. $f''(x) = 0$ 1

$$6x - 12 = 0 \quad 1$$

$$x = \frac{12}{6} = 2 \text{ mögl. Wendest.} \quad 1$$

hinr. Bed. $f'''(x) \neq 0$ 1

$$f'''(2) = 6 \neq 0 \rightarrow WP \quad 2$$

8. Wertetabelle

		weitere					
x	1	4	3	2	0	-1	5
f(x)	0	0	-4	-2	-4	-20	16
		Nst.	Nst.	TP	WP		
		HP					