

CRASH-KURS

Variablen, Terme, Gleichungen



Die einfachsten Mathematikaufgaben haben diese Form: "Wieviel ergibt 2 mal 3?". Die Rechnung ist bekannt, das Ergebnis unbekannt.

In der Praxis hat man oft folgende Situation: Man kennt das Ergebnis, aber nicht die Aufgabe. Genauer gesagt, stehen in der Aufgabe unbekannte Zahlen (Variablen), für die man beispielsweise x hinschreibt. Die Aufgabe könnte z.B. lauten $2x - 6 = 0$. Das kann man leicht nach x auflösen:

$$\begin{aligned} 2x - 6 &= 0 && | +6 \\ 2x &= 6 && | :2 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Die Aufgabe könnte aber auch so lauten: $2(x - 3) - (x - 1)^2 + x^2 - 2x + 1 = 0$. Das kann man nicht mehr direkt auflösen, da x mehrfach und in Klammern vorkommt. Es ist aber möglich, die linke Seite der Gleichung zu vereinfachen. Man spricht vom Vereinfachen eines *Terms*.

Damit man Terme richtig lesen kann, sollte man einige Vereinbarungen kennen:

V1) Weglassen des Malpunkts

Bei Produkten mit Variablen darf der Malpunkt weggelassen werden.

xy bedeutet $x \cdot y$
 $2x$ bedeutet $2 \cdot x$

Bei Produkten mit Klammern gilt das ebenfalls:

$2(x + y)$ bedeutet $2 \cdot (x + y)$

V2) Reihenfolge bei Produkten

In Produkten sortiert man alle Zahlen nach links und die Variablen nach rechts: $8x \cdot 5a = 40ax$.

In negativen Produkten steht das Minuszeichen ganz links: $17 \cdot (-s) = -17s$

V3) Doppelte Zeichen

Treffen zwei Rechenzeichen aufeinander, so werden sie durch Klammern getrennt.

V4) Weglassen der Eins

Statt $1x$ schreibt man kurz x . Statt $-1x$ schreibt man $-x$.

Dann gibt es noch ein paar Grundgleichungen, die man kennen sollte:

G1) Ausmultiplizieren

$a \cdot (b + c) = ab + ac$. Ebenso: $(a + b) \cdot c = ac + bc$.

Steht ein Minuszeichen vor der Klammer, so kehren sich beim Auflösen alle Vorzeichen um.

G2) Klammer mal Klammer

$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ ("jeder mit jedem") Es können noch mehr Summanden auftreten, das geht aber prinzipiell genauso.

G3) Potenzschreibweise

$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$, also $x^3 \cdot x^4 = x^7$

G4) Binomische Formeln

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

G5) Zusammenfassen

$3x + 2x = 5x$

$3y + 2x - 5y - 3 + 8x - 2 = 10x - 2y - 5$.

1) Binomische Formeln und Klammer mal Klammer, Klammern zunächst beibehalten
2) Klammern auflösen durch Ausmultiplizieren, dabei Potenzschreibweise und Vorzeichen beachten
3) Zusammenfassen

! Beispiel:
 $2(x - 3) - (x - 1)^2 + x^2 - 2x - 1$

Binomi:
 $= 2(x - 3) - (x^2 - 2x + 1) + x^2 - 2x + 1$

Ausmultiplizieren:
 $= 2x - 6 - x^2 + 2x - 1 + x^2 - 2x + 1$

Zusammenfassen:
 $= 2x - 6$

Übungen:

- a) $(x+3)^2 - (x-3)^2$ (Lösung: $12x$)
- b) $(x+1)(x-2) - (x+1)(x-3)$ (Lösung: $x+1$)
- c) $4x - 3(x-4)$ (Lösung: $x + 12$)
- d) $(2-x)(x+5) + (x-2)(x+3)$
- e) $(5+x)^2 + (x+3)(x+2)$
- f) $(x+3)(x-3) + 9$
- g) $2x + 4 + 5x + 2 - x - 4 - x - 6$
- h) $2(x-5) - 5(x-2)$
- i) $(2-x)x - 2(x-2)$
- j) $mx + (7 - 2m)x$
- k) $(a+b)^2 - a(a+b)$
- l) $5(mx + b) - 3mx - 2b$
- m) $(m+n)x - mx + nx$