

# CRASH-KURS

## Quadratische Gleichungen

Quadratische Gleichungen erkennt man daran, dass sie  $x^2$  enthalten, wobei  $x$  bestimmt werden soll. Eventuell enthalten sie auch noch  $x$  ohne Quadrat.

Jede quadratische Gleichung lässt sich auf die Normalform bringen:

$$x^2 + px + q = 0$$



Mit den gewohnten Umformungen auf beiden Seiten kann man solche Gleichungen meist nicht nach  $x$  auflösen, denn man darf Summanden mit verschiedenen  $x$ -Potenzen nicht zusammenfassen. Ich warne ausdrücklich vor falschen Umformungsschritten wie  $x^2 + 2x \rightarrow 2x^2$  (FALSCH!) . Auch Division beider Seiten durch  $x$  bringt nichts. Wenn ich z.B.  $x^2 + 2x + 1 = 0$  durch  $x$  dividiere, erhalte ich  $x + 2 + \frac{1}{x} = 0$ , denn alle Summanden werden dividiert. Das bringt also auch nichts.

Was dagegen *immer* funktioniert, ist die pq-Formel:

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Ich empfehle, alle quadratischen Gleichungen auf Normalform zu bringen und mit der pq-Formel zu lösen.



a)  
 $x^2 + 2x - 3 = 0$

( $p = 2, q = -3$ )

$$x = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - (-3)}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1+3}$$

$$x = -1 \pm 2$$

$$x = -3 \text{ oder } x = 1.$$

b)

$$x^2 - x = 0$$

( $p = -1, q = 0$ )

$$x = -\frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 0}$$

$$x = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$$x = 1 \text{ oder } x = 0.$$

c)

$$x^2 - 4 = 0$$

( $p = 0, q = -4$ )

$$x = \frac{0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0}{2}\right)^2 - (-4)}$$

$$x = 0 \pm \sqrt{4}$$

$$x = 0 \pm 2$$

$$x = 2 \text{ oder } x = -2.$$

Es ist wichtig, dass  $p$  und  $q$  richtig bestimmt werden. Bedenke:  $x = 1x$ . Achte besonders auf Vorzeichen! Außerdem kann es sein, dass  $p$  oder  $q$  gleich Null sind, siehe Beispiel b) und c). Ferner kann es vorkommen, dass der Ausdruck unter der Wurzel (die *Diskriminante*) Null oder negativ ist. Wenn sie null ist, gibt es nur eine Lösung. Ist sie negativ, so gibt es keine reelle Lösung.

d)

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

( $p = 2, q = 1$ )

$$x = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - 1}$$

$$x = -1 \pm 0$$

$$x = -1$$

e)

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

( $p = 2, q = 4$ )

$$x = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - 4}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{-3}$$

Keine Lösung.

### Übungsaufgaben:

f)  $x^2 - 7x + 10 = 0$  (Lösung:  $x = 2$  oder  $x = 5$ )

g)  $x^2 - x - 6 = 0$  ( $x = 3$  oder  $x = -2$ )

h)  $x^2 + 12x + 32 = 0$  ( $x = -4$  oder  $x = -8$ )

i)  $x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$  ( $x = \frac{1}{2}$  oder  $x = \frac{3}{2}$ )

j)  $x^2 - 2,5x - 2 = 0$

k)  $x^2 - x + 0,25 = 0$

l)  $x^2 - 13x = 0$

m)  $x^2 - 9 = 0$

n)  $x^2 + 4x + 12 = 0$

o)  $x^2 + 1 = 0$