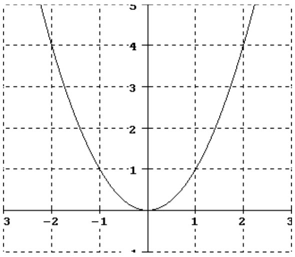

1. Normalparabel

Wir alle kennen sie. Sie hat die Gleichung $y = x^2$. Ihr Scheitelpunkt (tiefster Punkt) liegt genau im Ursprung, es gilt also S (0 | 0).

Abbildung 1: Normalparabel, $y = x^2$

2. Verschiebung nach oben/unten

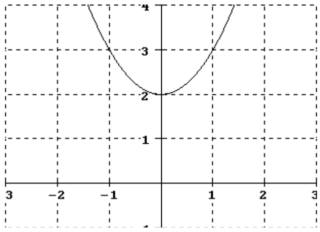

Abbildung 2: $y = x^2 + 2$

Verschieben wir nun die Parabel um 2 Einheiten nach oben, so müssen logischerweise alle y-Werte um +2 vergrößert werden. Die verschobene Parabel hat die Gleichung $y = x^2 + 2$. Wir sehen: Die Addition von +2 verschiebt die Normalparabel um 2 Einheiten nach oben. Es gilt S (0 | 2). Bei einer Verschiebung nach unten muss entsprechend ein Minuszeichen stehen.

3. Seitliche Verschiebung

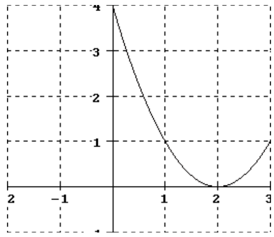

Abbildung 3: $y = (x - 2)^2$

Etwas schwieriger wird es, wenn wir die Parabel beispielsweise nach rechts verschieben wollen. Dann muss die Gleichung lauten: $y = (x - 2)^2$. Die Rechtsverschiebung muss also „in der Klammer" vorgenommen werden. Dadurch, dass sich alle x-Werte verändern, rutscht die Parabel um 2 Einheiten nach rechts. Es gilt dann S (2 | 0).
Natürlich kann man die Gleichung auch ohne Klammern schreiben. Hier kommen die Binomischen Formeln zur Anwendung.

Binomische Formeln.	
I.	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
II.	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
III.	$(a + b)\cdot(a - b) = a^2 - b^2$

Mit der Zweiten Binomischen Formel erhalten wir also $y = (x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$ für die nach rechts verschobene Parabel.
Eine Verschiebung um drei Einheiten nach *links* würde bedeuten S (-3 | 0), und die Gleichung lautet dann $y = (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$.

4. Beliebige Verschiebung

Jetzt verschieben wir die Parabel gleichzeitig um 2 Einheiten nach rechts und 3 Einheiten nach oben. Der Scheitelpunkt soll also S (2 | 3) sein. Die Gleichung lautet dann

$$y = (x - 2)^2 + 3$$

Das kann man umformen zu

$$y = x^2 - 4x + 4 + 3 = x^2 - 4x + 7.$$

Die Parabel mit der Gleichung $y = x^2 - 4x + 7$ hat also den Scheitel S (2 | 3), obwohl man das der Formel auf den ersten Blick nicht ansieht.

5. Streckung/Stauchung

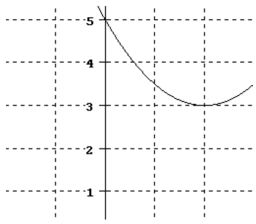

Abbildung 4: $y = 0{,}5\,(x - 2)^2 + 3$

Durch einen Streckfaktor a vor der Klammer können wir die Parabel jetzt noch steiler oder flacher machen. Ist $a > 1$, so wird die Kurve steiler als die Normalparabel (Streckung). Ist $0 < a < 1$, so wird die Parabel flacher (Stauchung). Übrigens: Bei negativem a öffnet sich die Parabel nach unten!

Als Beispiel ist eine *gestauchte* Parabel dargestellt mit der Gleichung

$$y = 0{,}5\,(x - 2)^2 + 3$$

Das kann man umformen :

$$\begin{aligned} y &= 0{,}5\,(x^2 - 4x + 4) + 3 \\ &= 0{,}5\,x^2 - 2x + 2 + 3 \\ &= 0{,}5\,x^2 - 2x + 5 \end{aligned}$$

Insgesamt halten wir fest:

Die Gleichung $y = a\,(x - x_S)^2 + y_S$ beschreibt eine Parabel mit dem Scheitelpunkt S (x_S | y_S) und dem Streckfaktor a.

Die Gleichung muss nicht in dieser Form dastehen, sondern kann umgeformt sein.