

CRASH-KURS

Gleichungssysteme

Gleichungssysteme bestehen aus mehreren Gleichungen mit mehreren Unbekannten. Wir betrachten hier Systeme mit zwei Unbekannten x und y.

Beispiel:

$$\begin{aligned} \text{I) } & 2x + 4y = 12 \\ \text{II) } & 4x - 4y = 4 \end{aligned}$$



Es gibt drei Verfahren:

Einsetzungsverfahren

Gleichung I) wird nach x aufgelöst und Gleichung II) nach y. Dann wird eingesetzt.

$$\begin{aligned} \text{I) } & 2x + 4y = 14 & | -4y \\ \text{II) } & 2x - 2y = 2 & | -2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I) } & 2x = 14 - 4y & | :2 \\ \text{II) } & -2y = 2 - 2x & | :(-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I) } & x = 7 - 2y & \text{Einsetzen!} \\ \text{II) } & y = -1 + x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I) } & x = 7 - 2y \\ \text{II) in I) } & y = -1 + (7 - 2y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I) } & x = 7 - 2y \\ \text{II) } & y = 6 - 2y & | +2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I) } & x = 7 - 2y \\ \text{II) } & 3y = 6 & | :3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I) } & x = 7 - 2y \\ \text{II) } & y = 2 & \text{Einsetzen!} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II) in I) } & x = 7 - 2 \cdot 2 \\ \text{II) } & y = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I) } & x = 3 \\ \text{II) } & y = 2 \end{aligned}$$

Gleichsetzungsverfahren

Beide Gleichungen werden nach y aufgelöst und dann gleichgesetzt.

$$\begin{aligned} \text{I) } & 2x + 4y = 14 & | -2x \\ \text{II) } & 2x - 2y = 2 & | -2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I) } & 4y = 14 - 2x & | :4 \\ \text{II) } & -2y = 2 - 2x & | :(-2) \end{aligned}$$

$$\text{I) } y = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}x$$

$$\text{II) } y = -1 + x$$

$$\text{I) = II) } \frac{7}{2} - \frac{1}{2}x = -1 + x$$

$$\text{II) } y = -1 + x$$

$$\text{I) } -\frac{3}{2}x = -\frac{9}{2} & | : \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\text{II) } y = -1 + x$$

$$\begin{aligned} \text{I) } & x = 3 & \text{Einsetzen!} \\ \text{I in II) } & y = -1 + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I) } & x = 3 \\ \text{II) } & y = 2 \end{aligned}$$

Additionsverfahren

Man multipliziert beide Gleichungen mit geeigneten Faktoren, so dass bei der Addition eine Unbekannte herausfällt.

$$\begin{aligned} \text{I) } & 2x + 4y = 14 & | \cdot 1 \\ \text{II) } & 2x - 2y = 2 & | \cdot 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I) } & 2x + 4y = 14 \\ + \text{II) } & 4x - 4y = 4 \end{aligned}$$

$$\text{I) + II) } 6x = 18 & | :6$$

$$\text{II) } 4x - 4y = 4$$

$$\begin{aligned} \text{I) } & x = 3 & \text{Einsetzen!} \\ \text{I in II) } & 12 - 4y = 4 & | -12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I) } & x = 3 \\ \text{II) } & -4y = -8 & | :(-4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I) } & x = 3 \\ \text{II) } & y = 2 \end{aligned}$$



Ich empfehle, in jedem Schritt wieder beide Gleichungen hinzuschreiben. Man kommt sonst leicht durcheinander. Hat sich bei einer Gleichung nichts verändert, so wird sie trotzdem erneut hingeschrieben. Es kann vorkommen, dass die angegebene Variable nicht vorhanden ist. Dann muss man das Verfahren entsprechend abändern (z.B. nach y auflösen, weil x nicht vorhanden ist).

Welches Verfahren jeweils am günstigsten ist, dafür muss man ein 'Gespür' entwickeln. Löse jede Übungsaufgabe mit einem Verfahren deiner Wahl.

a) I) $x = 2y$
 II) $y + 3x = 14$
 Lösung: $x = 2, y = 4$.
 Günstig:
 Einsetzungsverfahren.

c) I) $3x - 4y = -11$
 II) $x + y = 8$

g) I) $y + 4 = 0$
 II) $2x + 3y = -4$

b) I) $2x + 4y = 0$
 II) $2x - 2y = 12$
 Lösung: $x = 4, y = -2$.
 Günstig: Gleichsetzungs- oder
 Additionsverfahren

d) I) $4x + y = -6$
 II) $x + y = 0$

h) I) $x = 2y$
 II) $y = x + 1$

e) I) $4x + 2y = 10$
 II) $3x - 4y = 5$

i) I) $x = -y$
 II) $x = 1 + y$

f) I) $x + y = 10$
 II) $x - y = 2$

j) I) $23x + 45y = 46$
 II) $y = 0$